

Il sistema materiale in figura è costituito da un'asta  $AB$  di massa  $m$  e lunghezza  $2L$  e da un punto materiale  $P$  di massa  $M$ . Il sistema si muove su un piano verticale, nel quale è stato introdotto il sistema di riferimento cartesiano  $O(x, z)$ , con  $z$  verticale ascendente. Il punto  $P$  scorre senza attrito sull'asse  $z$ , mentre l'asta è libera di ruotare attorno al suo estremo  $A$  che è fisso e che coincide con l'origine degli assi. Infine, una molla di costante elastica  $k > 0$  collega l'estremo  $B$  dell'asta con il punto  $P$ . Si chiede:

1. Determinare il numero di gradi di libertà e scegliere le coordinate lagrangiane opportune;
2. scrivere l'energia cinetica del sistema;
3. scrivere l'energia potenziale del sistema;
4. scrivere le equazioni di Lagrange;
5. studiare tutti i possibili moti nei quali l'angolo formato dall'asta con la verticale è costante.

